

## **Matematika érettségi vizsga 2017-től**

### **1. Fontosabb változások 2017-től:**

1. A korábbi szabályozáshoz képest a középszinten megkövetelt ismeretek nem haladják meg jelentősen az eddigieket (a gráfok és a statisztika-valószínűség témakörében jelenik meg néhány új követelmény).

2. A középszintű írásbeli vizsgarész II. részében, illetve az emelt szintű írásbeli vizsgarész II. részében a feladatoknak több részkérdésből kell állniuk az új vizsgaleírás szerint, mivel az elmúlt évek feladatsorainak elemzése azt mutatta, hogy a diákok számára nagyon hátrányos a 10-16 pontos, részkérdéseket nem tartalmazó feladatok kitűzése.

3. Emelt szinten bővült a bizonyítandó tételek köre, a szóbeli vizsgára való felkészülést segítő (tételek a halmazelmélet, a kombinatorika, az algebra, a sorozatok, a geometria, a vektorok területéről).

4. Az emelt szintű írásbeli feladatsor összeállításakor irányadó arányok megváltoznak, a gondolkodási módszerek eddigi 25%-os aránya 20%-ra csökkent, az algebra eddigi 20%-os aránya 25%-ra nőtt.

5. Az emelt szintű szóbeli vizsgarészben az eddig egy tétel illetve egy definíció megtalálásáért járó 1-1 pontot a felelet logikus felépítettsége, tartalmi gazdagsága szemponthoz tartozó 4 pont 6 pontra emeléséhez használja fel az új leírás. Itt kell ezentúl értékelni a feleletben szereplő definíciók, tételek nehézségét is.

6. Az emelt szintű szóbeli vizsgarészben az alkalmazások között matematikatörténeti vonatkozások ismertetése is megjelenhet, illetve az alkalmazások esetében az „említés” szót felváltja az „ismertetés”.

## II. A VIZSGA LEÍRÁSA

### A vizsga részei

Középszint			Emelt szint		
Írásbeli vizsga		Szóbeli vizsga	Írásbeli vizsga		Szóbeli vizsga
180 perc		15 perc	240 perc		20 perc
I. 45 perc	II. 135 perc	Definíció, illetve tétel kimondása Definíció közvetlen alkalmazása Feladatmegoldás	I.	II.	Egy téma összefüggő kifejtése megadott szempontok szerint
30 pont	70 pont	50 pont	51 pont	64 pont	35 pont

### A vizsgán használható segédeszközök

	Középszint		Emelt szint	
	Írásbeli vizsga	Szóbeli vizsga	Írásbeli vizsga	Szóbeli vizsga
A vizsgázó biztosítja	függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő	függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő	függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő	szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő
A vizsgabizottságot működtető intézmény biztosítja	NINCS	NINCS	NINCS	a tételsorban szereplő feladatokhoz kapcsolódó összefüggéseket tartalmazó képlettár

### Nyilvánosságra hozandók

	Középszint		Emelt szint	
	Írásbeli vizsga	Szóbeli vizsga	Írásbeli vizsga	Szóbeli vizsga
Anyag	NINCS	NINCS	NINCS	tételcímek, képlettár
Mikor?	NINCS	NINCS	NINCS	jogszabály szerint

## KÖZÉPSZINTŰ VIZSGA

Középszint		
Írásbeli vizsga		Szóbeli vizsga
180 perc		15 perc
I. 45 perc	II. 135 perc	Definíció, illetve tétel kimondása Definíció közvetlen alkalmazása Feladatmegoldás
30 pont	70 pont	50 pont

## Írásbeli vizsga

### Általános szabályok

Az írásbeli vizsgán a vizsgázóknak egy központi feladatsort kell megoldaniuk.

A vizsgázó az I. (45 perc) és a II. (135 perc) feladatlapon belül a rendelkezésére álló időt tetszése szerint oszthatja meg az egyes feladatok között és megoldásuk sorrendjét is meghatározhatja. A vizsgázó először az I. feladatlapon oldja meg. A vizsgadolgozatokat a 45 perc leteltével a felügyelő tanár összegyűjti. Ezután kerülhet sor a II. feladatlapon kiosztására és megoldására.

Vizsgázónként megengedett segédeszközök: függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő, melyekről a vizsgázó gondoskodik. Ezeket az eszközöket a vizsgázók a vizsga során egymás között nem cserélhetik.

### Az írásbeli feladatlapon formai jellemzői:

A feladatsor két, jól elkülönülő feladatlapon áll.

Az I. feladatlapon 10-12 feladatot tartalmaz, amely az alapfogalmak, definíciók, egyszerű összefüggések ismeretét hivatott ellenőrizni. Ebben a feladatlapon előfordulhat néhány igaz-hamis állítást tartalmazó vagy egyszerű feleletválasztós feladat is, de a feladatok többsége nyílt végű. Az első feladatlapon megoldására 45 perc áll rendelkezésre, vagyis ezen idő eltelte után a feladatok megoldására nincs tovább mód.

A II. feladatlapon megoldási időtartama 135 perc. Ez további két részre oszlik, melynek megoldása folyamatos, az adott időn belül nem korlátozott.

A II. A rész három, egyenként 9-14 pontos feladatot tartalmaz. A feladatok több részkérdésből állnak.

A II. B rész három, egyenként 17 pontos feladatot tartalmaz, amelyből a vizsgázó választása szerint kettőt kell megoldani, és csak ez a kettő értékelhető. A feladatok a középszintű követelmények keretein belül összetett feladatok, általában több témakört is érintenek és több részkérdésből állnak.

A II. feladatlapon megoldására fordított időt a vizsgázó szabadon használhatja fel.

### Az írásbeli feladatlapon tartalmi jellemzői

A feladatsor összeállításakor az alábbi tartalmi arányok az irányadók:

Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok	20%
Számelmélet, algebra	25%
Függvények, az analízis elemei	15%
Geometria, koordinátageometria, trigonometria	25%
Valószínűség-számítás, statisztika	15%

Ezek az arányok természetesen csak hozzávetőlegesek lehetnek, hiszen a feladatok egy jelentős része több témakörbe is besorolható, összetett ismeretkörre épül, továbbá a feladatsor választható feladatokat tartalmazó részei miatt az egyes vizsgázók számára – a választásaiktól függően – az arányok eltolódhatnak. Az első témakörbe tartozik a feladatoknak minden olyan részlete, amely a szöveg matematikai nyelvre való lefordítását, matematikai modell megalkotását igényeli.

A feladatsor feladatainak 30-50%-a szöveges, a hétköznapi élethelyzetekhez kapcsolódó, esetenként egyszerű modellalkotást igénylő feladat.

### Az írásbeli feladatlapon értékelése

Az írásbeli vizsgadolgozatokat a szaktanár javítja és értékeli. Az értékelés központi javítási-értékelési útmutató alapján történik. A javítási-értékelési útmutató tartalmazza a feladatok részletes megoldását, esetenként több változatot is, valamint az egyes megoldási lépésekre adható részpontoszámokat.

A középszintű feladatlapon II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető. A vizsgázónak az erre a célra szolgáló négyzetben meg kell jelölnie annak a feladatnak a sorszámát, melynek értékelése nem fog beszámítani az összpontoszámba. Ezt a felügyelő tanárnak a vizsgadolgozat beszédesekor ellenőriznie kell. Amennyiben ez nem történt meg, és a választás ténye a dolgozatról sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

## Szóbeli vizsga

### Általános szabályok

A középszintű szóbeli vizsga tételsorának összeállításáról a vizsgabizottságot működtető intézmény gondoskodik, amennyiben a vizsgázó csoportban van szóbeli vizsgázó.

A szóbeli tételek nem hozhatók nyilvánosságra.

A szóbeli vizsgára kétszer annyi tételt kell készíteni, mint amennyien a szóbeli vizsgázók vannak, de a tételek száma nem lehet 10-nél kevesebb vagy 20-nál több.

Vizsgázónként megengedett segédeszközök: függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő, melyekről a vizsgázó gondoskodik. Ezeket az eszközöket a vizsgázók a vizsga során egymás között nem cserélhetik.

### A szóbeli tételek tartalmi jellemzői

A tétel tartalmazzon három egyszerű, az elméleti anyag elsajátítását számon kérő kérdést (definíció, illetve tétel kimondását, vagy ezek közvetlen alkalmazását megkívánó egyszerű feladatot), valamint 3 feladatot.

A tételt a vizsgázónak önállóan kell kifejtenie. Közbekérdezni csak akkor lehet, ha teljesen helytelen úton indult el vagy nyilvánvaló, hogy elakadt. (Ez esetben segítő kérdést lehet feltenni, amennyiben az még a felelési időbe belefér.)

A tétel egyes elemeit más-más témakörből kell kiválasztani.

### A szóbeli vizsgarész értékelése

Az értékelés szempontjai:

- |  |         |
|--|---------|
| 1. Az elméleti kérdések összesen   | 15 pont |
| 2. A három feladat összesen  | 30 pont |
| 3. Önálló teljesítményre való képesség, a feladatok logikus előadása, illetve a matematikai kommunikációs képesség | 5 pont  |

Azt, hogy a harmadik szempont szerinti 5 pontból mennyit kap a vizsgázó, annak a mérlegelésével kell eldönteni, hogy a vizsgázó milyen mértékben tudott önállóan megbirkózni a kérdésekkel, illetve a feladatokkal; ha segítő kérdésekre volt szüksége, azokat megértette-e és a feleletében fel tudta-e használni.

A szóbeli vizsgát is tett vizsgázó végső értékelése az írásbeli és a szóbeli vizsga együttes pontszáma alapján történik.

## EMELT SZINTŰ VIZSGA

Emelt szint		
Írásbeli vizsga		Szóbeli vizsga
240 perc		20 perc
I.	II.	Egy téma összefüggő kifejtése megadott szempontok szerint
51 pont	64 pont	35 pont

### Írásbeli vizsga

#### Általános szabályok

Az írásbeli vizsgán a vizsgázóknak egy központi feladatsort kell megoldaniuk.

A vizsgázó a rendelkezésére álló időt tetszése szerint oszthatja meg az I. és a II. rész, illetve az egyes feladatok között és megoldásuk sorrendjét is meghatározhatja.

Vizsgázónként megengedett segédeszközök: függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő,

amelyekről a vizsgázó gondoskodik. Ezeket az eszközöket a vizsgázók a vizsga során egymás között nem cserélhetik.

### **Az írásbeli feladatsor formai jellemzői**

Az I. részfeladatsor négy feladatból áll. Ezek az emelt szintű követelmények alapján egyszerűnek tekinthetők, többnyire a középszintű követelmények ismeretében is megoldhatók. A négy feladat közül legalább három több részkérdést is tartalmaz.

A II. részfeladatsor öt, egyenként 16 pontértékű feladatból áll. Ezek közül legalább kettőben a gyakorlati életben előforduló szituációból származik a probléma, így a megoldáshoz a vizsgázónak a szöveget le kell fordítania a matematika nyelvére, azaz matematikai modellt kell alkotnia, abban számításokat végeznie, s a kapott eredményeket az eredeti probléma szempontjából értelmezve kell válaszolnia a felvetett kérdésekre. A vizsgázónak az öt feladatból négyet kell kiválasztania, megoldania, és csak ez a négy értékelhető. A feladatok több részkérdést tartalmaznak, és általában több témakör ismeretanyagára támaszkodnak.

### **A feladatlap tartalmi jellemzői**

A feladatsor összeállításakor az alábbi arányok az irányadók:

Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok	20%
Számelmélet, algebra	25%
Függvények, az analízis elemei	20%
Geometria, koordináta geometria, trigonometria	20%
Valószínűség-számítás, statisztika	15%

Ezek az arányok természetesen csak hozzávetőlegesek lehetnek, hiszen a feladatok egy jelentős része több témakörbe is besorolható, összetett ismeretkörre épül, továbbá a feladatsor választható feladatokat tartalmazó részei miatt az egyes vizsgázók számára – a választásaiktól függően – az arányok eltolódhatnak. Az első témakörbe tartozik a feladatoknak minden olyan részleme, amely a szöveg matematikai nyelvre való lefordítását, matematikai modellalkotást igényel.

A feladatsor feladatainak 30-40%-a szöveges, a hétköznapi élethelyzetekhez kapcsolódó, modellalkotást igénylő feladat.

### **A feladatlap értékelése**

Az értékelés központi javítási-értékelési útmutató alapján történik. A javítási-értékelési útmutató tartalmazza a feladatok részletes megoldásait, azok lehetséges változatait, az egyes megoldási lépésekre adható részpontszámokat.

Az írásbeli feladatsor II. részében kitűzött 5 feladat közül csak 4 feladat megoldása értékelhető. A vizsgázónak az erre a célra szolgáló négyzetben meg kell jelölnie annak a feladatnak a sorszámát, melynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ezt a felügyelő tanárnak a vizsgadolgozat beszédeseke ellenőriznie kell. Amennyiben ez nem történt meg, és a választás ténye a dolgozattól sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

Az írásbeli vizsga összpontszáma 115 pont.

### **Szóbeli vizsga**

#### **Általános szabályok**

Az emelt szintű szóbeli vizsga központi tételsor alapján zajlik.

A tételt a vizsgázónak önállóan kell kifejtene. Közbekérdezni csak akkor lehet, ha teljesen helytelen úton indult el vagy nyilvánvaló, hogy elakadt. (Ez esetben segítő kérdést lehet feltenni, amennyiben az még a felelési időbe belefér.)

A szóbeli vizsgára legalább húsz tételt kell készíteni. A tételsort úgy kell összeállítani, hogy tematikailag fedje le a követelményrendszert. A tételek feladatait minden évben frissíteni kell.

Vizsgálónként szükséges segédeszköz a tételsorban szereplő feladatokhoz kapcsolódó összefüggéseket tartalmazó képlettár, melyet a vizsgabizottságot működtető intézmény biztosít, továbbá szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő, melyekről a vizsgázó gondoskodik.

Az egyes tételek egy-egy témából kerülnek ki. A tétel címében megjelölt témát logikusan, arányosan felépített, szabad előadásban kell kifejtene a vizsgázónak. A feleletben feltétlenül szerepelniük kell az alábbi részleteknek:

- egy, a témához tartozó, a vizsgázó választása szerinti definíció pontos kimondása;
- egy, a témához tartozó, a vizsgázó választása szerinti tétel pontos kimondása és bizonyítása;
- a kitűzött feladat megoldása;
- a téma matematikán belüli vagy azon kívüli alkalmazása, illetve matematikatörténeti vonatkozása (több ismertetése vagy egy részletesebb bemutatása).

A tételeket úgy kell összeállítani, hogy a nehézségük (az általuk átfogott tananyagrészek nagysága és mélysége) közel azonos legyen. Ügyelni kell arra, hogy a tételben kitűzött feladat nehézsége az egyes tételeket tekintve körülbelül azonos legyen.

A vizsgán használható képlettárat és a tételcímekeket nyilvánosságra kell hozni.

### A szóbeli vizsgarész értékelése

A szóbeli vizsgán elérhető pontszám 35. Az értékelés központi értékelési útmutató alapján történik.

Az értékelési szempontok

<b>A felelet tartalmi összetétele, felépítésének szerkezete</b>		<b>10 pont</b>
Logikus felépítés, szerkesztettség, tartalmi gazdagság	6 pont	
<i>Ebben a pontban kell értékelni a feleletben szereplő, a témához illő definícióknak, a kimondott tételnek és bizonyításának a nehézségét is.</i>		
A felelet matematikai tartalmi helyessége	4 pont	
<b>A feleletben szereplő, a témához illő definíció helyes kimondása</b>		<b>2 pont</b>
<i>Ha több definíciót is elmond, akkor a definícióra adható 2 ponttal a legjobbat kell értékelni.</i>		
<b>A feleletben szereplő, a témához illő tétel helyes kimondása és bizonyítása</b>		<b>6 pont</b>
A tétel helyes kimondása	2 pont	
A tétel helyes bizonyítása	4 pont	
<b>A kitűzött feladat helyes megoldása</b>		<b>8 pont</b>
<i>Ha a feladatot csak a vizsgáztató segítségével tudja elkezdni, akkor maximum 5 pont adható.</i>		
<b>Alkalmazások ismertetése</b>		<b>4 pont</b>
<i>Egy, a tételhez illő alkalmazás vagy matematikatörténeti vonatkozás részletes kifejtése, vagy 3-4 lényegesen eltérő alkalmazás vagy matematikatörténeti vonatkozás rövid ismertetése.</i>		
<b>Matematikai nyelvhasználat, kommunikációs készség</b>		<b>5 pont</b>
Matematikai nyelvhasználat	2 pont	
Önálló, folyamatos előadásmód	2 pont	
Kommunikáció	1 pont	
<i>Ez utóbbi 1 pont akkor is jár, ha a vizsgázó önálló felelete után nem volt szükség kérdésre.</i>		

# MATEMATIKA

## I. RÉSZLETES ÉRETTSÉGI VIZSGAKÖVETELMÉNY

Az érettségi követelményeit két szinten határozzuk meg:

- *középszinten* a mai társadalomban tájékozódni és alkotni tudó ember matematikai ismereteit kell megkövetelni, ami elsősorban a matematikai fogalmak, tételek gyakorlati helyzetekben való ismeretét és alkalmazását jelenti;
- az *emelt szint* tartalmazza a középszint követelményeit, de az azonos módon megfogalmazott követelmények körében az emelt szinten nehezebb, több ötletet igénylő feladatok szerepelnek. Ezen túlmenően az emelt szint követelményei között speciális anyagrészek is találhatóak, mivel emelt szinten elsősorban a felsőoktatásban matematikát használó, illetve tanuló diákok felkészítése történik.

### A) KOMPETENCIÁK

*Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok*

- A vizsgázó legyen képes adott szövegben rejlő matematikai problémákat észrevenni, szükség esetén matematikai modellt alkotni, a modell alapján számításokat végezni, és a kapott eredményeket értelmezni.
- Legyen képes kijelentéseket szabatosan megfogalmazni, azokat összekapcsolni, kijelentések igazságtartalmát megállapítani.
- Lássza az eltéréseket, illetve a kapcsolatokat a matematikai és a mindennapi nyelv között.
- A matematika minden területén és más tantárgyakban is tudja alkalmazni a halmaz fogalmát, illetve a halmazműveleteket.
- Legyen jártas alapvető kombinatorikus gondolatmenetek alkalmazásában, és legyen képes ennek segítségével gyakorlati sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldására.
- Ismerje a gráfok jelentőségét, sokoldalú felhasználhatóságuk néhány területét, és legyen képes további felhasználási lehetőségek felismerésére a gyakorlati életben és más tudományágakban.
- Az *emelt szinten* érettségiző diák ismerje a halmazelmélet alapvető szerepét a mai matematika felépítésében.

*Számelmélet, algebra*

- A vizsgázó legyen képes betűs kifejezések értelmezésére, ismerje fel használatuk szükségességét, tudja azokat kezelni, lássa, hogy mi van a „betűk mögött”.
- Ismerje az egyenlet és az egyenlőtlenség fogalmát, megoldási módszereit (pl. algebrai, grafikus, közelítő).
- Legyen képes egy adott probléma megoldására felírni egyenleteket, egyenletrendszereket, egyenlőtlenségeket, egyenlőtlenség-rendszereket.
- Tudja az eredményeket előre megbecsülni, állapítsa meg, hogy a kapott eredmény reális-e.
- Az *emelt szinten* érettségiző diáknak legyen jártassága az összetettebb algebrai átalakításokat igénylő feladatok megoldásában is.

*Függvények, az analízis elemei*

- A vizsgázó legyen képes a körülötte levő világ egyszerűbb összefüggéseinek függvényszerű megjelenítésére, ezek elemzéséből tudjon következtetni valóságos jelenségek várható lefolyására.
- Legyen képes a változó mennyiségek közötti kapcsolat felismerésére, a függés értelmezésére. Értse, hogy a függvény matematikai fogalom, két halmaz elemeinek egymáshoz rendelése. Ismerje fel a hozzárendelés formáját, tudja elemezni a halmazok közötti kapcsolatokat.
- Lássza, hogy a sorozat diszkrét folyamatok megjelenítésére alkalmas matematikai eszköz, a pozitív egész számok halmazán értelmezett függvény. Ismerje a számtani és mértani sorozatot.
- Az *emelt szinten* érettségiző diák ismerje az analízis néhány alapelemét, amelyekre más szaktudományokban is (pl. fizika) szüksége lehet. Ezek segítségével tudjon függvényvizsgálatokat végezni, szélsőértéket, görbe alatti területet számolni.

### *Geometria, koordináta geometria, trigonometria*

- A vizsgázó tudjon síkban, illetve térben tájékozódni, térbeli viszonyokat elképzelni, tudja a háromdimenziós valóságot - alkalmas síkmetszetekkel - két dimenzióban vizsgálni.
- Vegye észre a szimmetriákat és az arányokat, tudja ezek egyszerűsítő hatásait problémák megfogalmazásában, bizonyításokban, számításokban kihasználni.
- Tudjon a feladatok megoldásához megfelelő ábrát készíteni.
- Tudjon hosszúságot, területet, felszínt, térfogatot mérni és számolni, legyen tisztában a mérési pontosság fogalmával.
- Ismerje a geometria szerepét a műszaki életben és bizonyos képzőművészeti alkotásokban.
- *Az emelt szinten* érettségiző diák tudja szabatosan megfogalmazni a geometriai bizonyítások gondolatmenetét.

### *Valószínűség-számítás, statisztika*

- A vizsgázó értse a statisztikai kijelentések és gondolatmenetek sajátos természetét.
- Ismerje a statisztikai állítások igazolására felhasználható adatok gyűjtésének lehetséges formáit, és legyen jártas a kapott adatok áttekinthető szemléltetésében, különböző statisztikai mutatókkal való jellemzésében.
- *Az emelt szinten* érettségiző diák tudjon egyszerűbb véletlenszerű jelenségeket modellezni és a valószínűségi modellben számításokat végezni.
- *Az emelt szinten* érettségiző diák ismerje a véletlen szerepét egyszerű statisztikai mintavételi eljárásokban.



## B) VIZSGAKÖVETELMÉNYEK

### 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok

E témakört (különösen a gondolkodási módszereket, a halmazokat és a matematikai logikát) elsősorban nem önállóan számon kérhető ismeretanyagként kell elképzelni, hanem olyan szemléletformáló, a matematikaoktatás egészét átszövő módszerek, illetve eszközök összességéként, amely szinte teljes egészében megjelenik minden további témakörben is.

TÉMÁK	VIZSGASZINTEK	
	Középszint	Emelt szint
<p><b>1.1 Halmazok</b></p> <p>1.1.1 Halmazműveletek</p> <p>1.1.2 Számosság, részhalmazok</p>	<p>Ismerje és használja a halmazok megadásának különböző módjait, a halmaz elemének fogalmát.</p> <p>Definiálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz.</p> <p>Ismerje és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő műveleteket: unió, metszet, különbség.</p> <p>Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb ponthalmazokat.</p> <p>Tudja meghatározni véges halmazok elemeinek a számát.</p>	<p>Ismerje és alkalmazza a de Morgan azonosságokat.</p> <p>Tudja alkalmazni a logikai szita módszerét egyszerűbb esetekben.</p> <p>Ismerjen példát véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazra.</p> <p>Ismerje a megszámlálhatóan végtelen halmaz definícióját.</p> <p>Bizonyítsa egyszerűbb esetekben, hogy egy halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen.</p>
<p><b>1.2 Matematikai logika</b></p> <p>1.2.1 Fogalmak, tételek és bizonyítások a matematikában</p>	<p>Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni.</p> <p>Értse, és egyszerű feladatokban alkalmazza a tagadás műveletet.</p> <p>Ismerje az „és”, a „(megengedő) vagy” logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel.</p> <p>Tudja a „ha...akkor...” és az „akkor és csak akkor” típusú állítások igazságértékét megállapítani.</p> <p>Használja helyesen a „minden” és a „van olyan” kifejezéseket.</p> <p>Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni.</p> <p>Használja és alkalmazza feladatokban helyesen a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltétel fogalmát.</p> <p>Képes legyen egy egyszerű állításról eldönteni, hogy igaz vagy hamis.</p>	<p>Ismerje az alábbi bizonyítási típusokat és tudjon példát mondani alkalmazásukra: direkt és indirekt bizonyítás, skatulyaelv, teljes indukció.</p> <p>Tudja megfogalmazni konkrét esetekben tételek megfordítását.</p>

<b>1.3 Kombinatorika</b>	Tudjon egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani. Tudja a kedvező esetek számát meghatározni a komplementer esetek segítségével is. Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat.	Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a permutációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), variációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), kombinációk (ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képleteket. Ismerje és alkalmazza a binomiális tételt. Ismerje a Pascal-háromszöget és alapvető tulajdonságait.
<b>1.4 Gráfok</b>	Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével. Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: pont, él, fokszám, teljes gráf. Ismerje a gráf pontjainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggést.	Definiálja a következő fogalmakat: többszörös él, hurokél, út, kör, összefüggő gráf, egyszerű gráf, fa. Ismerje a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést.

## 2. Számelmélet, algebra

Az algebra tanításának egyik fő célja annak felfedeztetése és megértetése, hogy egymástól távol állónak tűnő problémák ugyanazon matematikai, algebrai struktúrával rendelkeznek, ezért megoldásuk során hasonló eljárásokat, gondolatmeneteket alkalmazhatunk, s leírásuk formálisan azonos módon történik. (Például különböző témakörökből vett másodfokú egyenletre vezető feladatok.)  
Fontos a számolás során megismert műveleti szabályok absztrahálása, a jártasság megszerzése a betűkifejezésekkel végzett műveletekben. Meg kell mutatni a számfogalom bővítésének szükségességét és folyamatát. Emelt szinten el kell juttatni a tanulókat a permanencia-elv fontosságának felismeréséhez.

TÉMÁK	VIZSGASZINTEK	
	Középszint	Emelt szint
<b>2.1 Alapműveletek</b>	Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is). Ismerje és használja feladatokban az alapműveletek műveleti azonosságait (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás).	
<b>2.2 A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek</b>	Ismerje, tudja definiálni és alkalmazni az oszthatósági alapfogalmakat (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám). Tudjon természetes számokat prímtényezőkre bontani, tudja adott számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét kiszámítani; tudja mindezeket egyszerű szöveges (gyakorlati) feladatok megoldásában alkalmazni. Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prímszámokat.	Tudja megfogalmazni a számelmélet alaptételét. Bizonyítsa, hogy végtelen sok prímszám van.
2.2.1 Oszthatóság	Ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani.	Tudjon összetett oszthatósági feladatokat megoldani. Tudja meghatározni természetes számok pozitív osztóinak számát.

2.2.2 Számrendszerek	Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből 2-es alapú számrendszerbe és viszont. Ismerje a helyiértékes írásmódot.	Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből $n$ alapú ( $n \leq 9$ ) számrendszerbe és viszont. Tudjon $n$ alapú ( $n \leq 9$ ) számrendszerben felírt számokat összeadni és kivonni.
<b>2.3 Racionális és irracionális számok</b>	Tudja definiálni a racionális és irracionális számokat, és ismerje ezek kapcsolatát a tizedestörtekkel.	Adott $n$ ( $n \in \mathbf{N}$ ) esetén tudja eldönteni, hogy $\sqrt{n}$ irracionális szám-e. Bizonyítsa, hogy $\sqrt{2}$ irracionális szám. Tudja meghatározni tizedestört alakban megadott racionális szám közöséges tört alakját.
<b>2.4 Valós számok</b>	Ismerje a valós számkör felépítését ( $\mathbf{N}$ , $\mathbf{Z}$ , $\mathbf{Q}$ , $\mathbf{Q}^*$ , $\mathbf{R}$ ), valamint a valós számok és a számegyenes kapcsolatát. Tudjon ábrázolni számokat a számegyenesen. Ismerje és használja a nyílt és zárt intervallum fogalmát és jelölését. Ismerje az abszolútérték definícióját. Ismerje adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon számolni a normálalakkal. Tudjon adott helyiértékre vonatkozóan helyesen kerekíteni.	Tudja, hogy mit értünk adott műveletekre zárt számhalmazokon.
<b>2.5 Hatvány, gyök, logaritmus</b>	Tudja értelmezni a hatványozást racionális kitevő esetén.  Ismerje és használja a hatványozás azonosságait. Ismerje és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait. Definiálja és használja az $n$ $a$ fogalmát.  Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát, valamint a logaritmus azonosságait. Tudjon áttérni más alapú logaritmusra.	Ismerje a permanencia elvet. Tudja szemléletesen értelmezni az irracionális kitevőjű hatványt. Bizonyítsa a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén. Bizonyítsa a négyzetgyökvonás azonosságait. Ismerje és alkalmazza a gyökvonás azonosságait.  Bizonyítsa a szorzat, a hányados és a hatvány logaritmusára vonatkozó azonosságokat. Bizonyítsa a más alapú logaritmusra való áttérés szabályát.
<b>2.6 Betűkifejezések</b>  2.6.1 Nevezetes azonosságok	Tudja alkalmazni feladatokban a következő kifejezések kifejtését, illetve szorzattá alakítását: $(a + b)^2$ , $(a - b)^2$ , $a^2 - b^2$ . Tudjon algebrai kifejezésekkel egyszerű műveleteket végrehajtani, algebrai kifejezéseket egyszerűbb alakra hozni (összevonás, szorzás, osztás, szorzattá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazása).	Ismerje a polinom fokszámát, fokszám szerint rendezett alakját.  Tudja alkalmazni feladatokban az $a^n - b^n$ , illetve az $a^{2n+1} + b^{2n+1}$ kifejezés szorzattá alakítását.
<b>2.7 Arányosság</b>  2.7.1 Százalékszámítás	Tudja az egyenes és a fordított arányosság definícióját és grafikus ábrázolásukat. Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni az arányosság fogalmát.  Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni a százalék fogalmát.	

<p><b>2.8 Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek</b></p> <p>2.8.1 Algebrai egyenletek, egyenletrendszerek</p> <p>Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek</p> <p>Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek</p> <p>Magasabb fokú egyenletek</p> <p>Négyzetgyökös egyenletek</p> <p>2.8.2 Nem algebrai egyenletek</p> <p>Abszolútértékes egyenletek</p>	<p>Ismerje az alaphalmaz és a megoldáshalmaz fogalmát. Alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, ekvivalens átalakítások, következményegyenletre vezető átalakítások, új ismeretlen bevezetése, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata. Tudja meghatározni szöveges feladatban szereplő változók értelmezési tartományát és a feladat eredményét összevetni a feladat szövegével.</p> <p>Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szöveges feladatok megoldásában.</p> <p>Tudjon elsőfokú, egyismeretlenes egyenleteket és elsőfokú, kétismeretlenes egyenletrendszereket megoldani.</p> <p>Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját. Ismerje a másodfokú egyenlet diszkriminánsának fogalmát, és a diszkrimináns előjele és a (valós) megoldások száma közötti összefüggést. Ismerje és alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét. Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét. Alkalmazza feladatokban a gyöktényező alakot. Tudjon törtes egyenleteket, másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatokat megoldani. Tudjon egyszerű másodfokú egyenletrendszereket megoldani.</p> <p>Tudjon egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenleteket megoldani.</p> <p>Tudjon <math>\sqrt{ax + b} = cx + d</math> típusú egyenleteket megoldani.</p> <p>Tudjon <math> ax + b  = cx + d</math> típusú egyenleteket megoldani.</p>	<p>Tudjon paraméteres elsőfokú egyenleteket megoldani. Tudjon elsőfokú, háromismeretlenes egyenletrendszereket megoldani.</p> <p>Igazolja a másodfokú egyenlet megoldóképletét.</p> <p>Igazolja és alkalmazza a gyökök és együtthatók közötti összefüggéseket. Tudjon másodfokú paraméteres egyenleteket megoldani.</p> <p>Tudjon másodfokúra visszavezethető egyenletrendszereket megoldani.</p> <p>Tudjon értelmezési tartomány, illetve értékkészlet-vizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható összetett feladatokat megoldani.</p> <p>Tudjon két négyzetre emeléssel megoldható egyenleteket megoldani.</p> <p>Tudjon összetett abszolútértékes egyenleteket algebrai úton megoldani.</p>
--	--	---

<p>Exponenciális és logaritmusos egyenletek</p> <p>Trigonometrikus egyenletek</p> <p>2.8.3 Egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek</p>	<p>Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.</p> <p>Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.</p> <p>Tudjon egyszerű első- és másodfokú, valamint törtes egyenlőtlenségeket és egyszerű egyenlőtlenség-rendszereket megoldani.</p>	<p>Tudjon összetett egyenleteket, egyenletrendszereket megoldani.</p> <p>Tudjon másodfokúra visszavezethető és a 4.5 pontban szereplő azonosságok alkalmazásával megoldható egyenleteket megoldani.</p> <p>Tudjon összetett egyenlőtlenségeket és egyenlőtlenség-rendszereket megoldani.</p> <p>Tudjon egyszerű négyzetgyökös, abszolútértékes, exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenlőtlenségeket megoldani.</p>
<p><b>2.9 Középértékek, egyenlőtlenségek</b></p>	<p>Ismerje két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát, kapcsolatát, használatát.</p>	<p>Ismerje <math>n</math> szám számított középértékeit (számtani, mértani, négyzetes, harmonikus), valamint a nagyságrendi viszonyaikra vonatkozó tételeket.</p> <p>Bizonyítsa, hogy <math>\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}</math>, ha <math>a, b \in \mathbf{R}^+</math>.</p> <p>Tudjon megoldani feladatokat számtani és mértani közép közötti összefüggés alapján.</p>

### 3. Függvények, az analízis elemei

A témakör (hasonlóan a geometria, illetve a valószínűség-számítás, statisztika fejezetekhez) különösen alkalmas annak szemléltetésére, hogy egy probléma matematikai megoldása három lépésben történik: a matematikai modell megalkotása, a matematikai feladat megoldása a modellen belül, és az eredmény értelmezése. Fontos terület a függvényábrázolás alkalmazása egyenletek és egyenlőtlenségek megoldásában.

TÉMÁK	VIZSGASZINTEK	
	Középszint	Emelt szint
3.1 A függvény	<p>Ismerje a függvény matematikai fogalmát és a függvénytani alapfogalmakat (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékkészlet).</p> <p>Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képlettel megadni.</p> <p>Tudjon helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetén <math>f(x) = c</math> alapján az <math>x</math>-et meghatározni.</p> <p>Ismerje a kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvényeket gyakorlati problémák megoldásánál.</p> <p>Ismerje az inverzfüggvény fogalmának szemléletes értelmezését (pl. az exponenciális és a logaritmus függvény vagy a geometriai transzformációk esetében).</p>	<p>Ismerje a függvénytani alapfogalmak pontos definícióját.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a függvények összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának a fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvények megszorításának (leszűkítésének) és kiterjesztésének fogalmát.</p> <p>Ismerje és alkalmazza az inverzfüggvény fogalmát.</p> <p>Ismerje az összetett függvény fogalmát, képzésének módját.</p>

<b>3.2 Egyváltozós valós függvények</b>	<p>Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket:</p> $x \mapsto ax + b, x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto ax^2 + bx + c, x \mapsto \sqrt{x},$ $x \mapsto  x , x \mapsto \frac{a}{x}$ $x \mapsto \sin x, x \mapsto \cos x, x \mapsto \operatorname{tg} x,$ $x \mapsto a^x, x \mapsto \log_a x.$	<p>Ismerje és tudja ábrázolni az <math>x \mapsto x^n</math> (<math>n \in \mathbb{N}^+</math>) függvényt.</p> <p>Tudjon a közép szinten felsorolt függvényekből összetett függvényeket képezni.</p>
<p>3.2.1 A függvények grafikonja, függvénytranszformációk</p> <p>3.2.2 A függvények jellemzése</p>	<p>Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikonról.</p> <p>Tudjon néhány lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével ábrázolni:  <math>f(x) + c, f(x+c), c f(x)</math>.</p> <p>Tudjon egyszerű függvényeket jellemezni (pl. grafikon alapján) értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték, periodicitás, paritás szempontjából.</p>	<p>Tudja ábrázolni az alapvető függvények (3.2) transzformáltjainak grafikonját (<math>c \cdot f(ax + b) + d</math>).</p> <p>Tudja jellemezni a függvényeket korlátosság szempontjából. Tudja meghatározni a függvények tulajdonságait az alapfüggvények ismeretében, transzformációk segítségével. Használja a konvexitás és konkavitás fogalmát a függvények jellemzésére. Tudjon másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatokat megoldani.</p>
<b>3.3 Sorozatok</b> <p>3.3.1 Számítási és mértani sorozatok</p> <p>3.3.2 Végtelen mértani sor</p> <p>3.3.3 Kamatos kamat, járadékszámítás</p>	<p>Ismerje a számsorozat fogalmát és használja a különböző megadási módjait (utasítás, képlet, rekurzív definíció).</p> <p>Tudjon olyan feladatokat megoldani a számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az <math>a_n</math>-re, illetve az <math>S_n</math>-re vonatkozó összefüggéseket kell használni.</p> <p>Tudja a kamatos kamat számítására vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni.</p>	<p>Tudjon sorozatot jellemezni (korlátosság, monotonitás). Ismerje a konvergencia szemléletes fogalmát. Ismerje és alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergencia sorozat definícióját. Alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergencia sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételeket.</p> <p>Bizonyítsa a számtani és a mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggéseket, valamint az összegképleteket.</p> <p>Ismerje a végtelen mértani sor fogalmát, összegét.</p> <p>Tudjon gyűjtőjárdékot és törlesztőrészletet számolni.</p>

<p><b>3.4. Az egyváltozós valós függvények analízisének elemei</b></p> <p>3.4.1 Határérték, folytonosság</p> <p>3.4.2 Differenciálszámítás</p> <p>3.4.3 Integrálszámítás</p>		<p>Ismerje a végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalmát. Ismerje a folytonosság szemléletes fogalmát.</p> <p>Tudja a differencia- és differenciálhányados definícióját. Alkalmazza az összeg-, a különbség-, a konstansszoros, a szorzat- és a hányadosfüggvény deriválási szabályait. Alkalmazza egyszerű esetekben az összetett függvény deriválási szabályát.</p> <p>Tudja bizonyítani, hogy <math>(x^n)' = nx^{n-1}</math> (<math>n \in \mathbb{N}</math> esetén). Ismerje a trigonometrikus függvények deriváltját.</p> <p>Alkalmazza a differenciálszámítást érintő egyenletének felírására, szélsőérték-feladatok megoldására és polinomfüggvények vizsgálatára (monotonitás, szélsőérték, konvexitás).</p> <p>Ismerje folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és tulajdonságait.</p> <p>Ismerje a kétoldali közelítés módszerét, az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton-Leibniz-tételt.</p> <p>Tudja polinomfüggvények, illetve a szinusz és koszinusz függvény grafikonja alatti területet kiszámolni.</p>
--	--	---

#### 4. Geometria, koordinátageometria, trigonometria

A témakör követelményeit abban a tudatban kell megfogalmaznunk, hogy a geometria szerepe, funkciója, hangsúlyai sokat változtak az elmúlt évtizedekben. Ennek következtében a szintetikus geometria egyes területeken háttérbe szorult. Szem előtt kell tartani ugyanakkor, hogy a geometria oktatása segíti a pontos fogalomalkotást, a struktúraalkotás képességét, és fejleszti a térszemléletet.

TÉMÁK	VIZSGASZINTEK	
	Középszint	Emelt szint
<b>4.1 Elemi geometria</b>  4.1.1 Térelemek        4.1.2 A távolságfogalom segítségével definiált ponthalmazok	Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát. Ismerje a térelemeket és a szög fogalmát. Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat. Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat.	Tudja kitérő egyenesek távolságát és hajlásszögét meghatározni.        Ismerje a parabola fogalmát.
<b>4.2 Geometriai transzformációk</b> 4.2.1 Egybevágósági transzformációk	Ismerje a síkbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás) leírását, tulajdonságaikat. Alkalmazza a feladatokban az eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés egybevágósági transzformációkat. Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit. Ismerje fel és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.	Ismerje a geometriai transzformációk és a függvények kapcsolatát.  Tudja pontosan megfogalmazni az egybevágósági transzformációk definícióit, a síkidomok egybevágóságának fogalmát, valamint a sokszögek egybevágóságának feltételét. Tudja alkalmazni a pont körüli forgatást.        Ismerje és alkalmazza feladatokban a térbeli egybevágósági transzformációkat.



<p>4.2.2 Hasonlósági transzformációk</p> <p>4.2.3 Egyéb transzformációk Merőleges vetítés</p>	<p>Ismerje a középpontos hasonlósági transzformáció leírását, tulajdonságait. Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban. Tudjon szakaszt adott arányban felosztani. Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek hasonlósági alapeseteit. Ismerje fel a hasonló alakzatokat, tudja felírni a hasonlóság arányát. Ismerje és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket.</p>	<p>Ismerje a hasonlósági transzformáció definícióját.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét, a tétel megfordítását és a párhuzamos szelőszakaszok tételét. Bizonyítsa és alkalmazza a belső szögfelező tételt.</p> <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a merőleges vetítést.</p>
<p><b>4.3 Síkbeli és térbeli alakzatok</b></p> <p>4.3.1 Síkbeli alakzatok Háromszögek</p> <p>Négyszögek</p> <p>Sokszögek</p>	<p>Ismerje a síkidomok, testek csoportosítását különböző szempontok szerint.</p> <p>Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint. Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van). Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait. Ismerje és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör).</p> <p>Ismerje és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását. Ismerje és alkalmazza a magasság- és a befogótételt.</p> <p>Ismerje a négyszögek fajtáit (trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) és tulajdonságaikat, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban. Ismerje a konvex négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó tételeket, alkalmazza ezeket egyszerű feladatokban.</p> <p>Ismerje és alkalmazza konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételeket. Ismerje a szabályos sokszögek definícióját.</p>	<p>Bizonyítsa a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételeket (körülrírt és beírt kör középpontja, magasságpont, súlypont, középvonal tulajdonságai).</p> <p>Bizonyítsa a Pitagorasz-tételt és megfordítását. Bizonyítsa a magasság- és a befogótételt.</p> <p>Bizonyítsa a húrnégyszögek és az érintőnégyzetek tételét, ismerje a tételek megfordítását. Ismereteit alkalmazza feladatok megoldásában.</p> <p>Bizonyítsa a konvex sokszög átlóinak számára, valamint a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételeket.</p>

<p>Kör</p> <p>4.3.2 Térbeli alakzatok</p>	<p>Ismerje a kör részeit, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban. Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak. Tudjon szöget mérni fokban és radiánban. Tudja és alkalmazza feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó körcikk területével.</p> <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a Thalész-tételt és megfordítását.</p> <p>Ismerje a következő testeket és azok részeit, alkotóelemeit: hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp. Ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.</p>	<p>Bizonyítsa, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, valamint hogy a külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.</p> <p>Bizonyítsa és alkalmazza feladatokban a kerületi és középponti szögek tételét és a kerületi szögek tételét. Ismerje és használja a látókör fogalmát. Bizonyítsa a Thalész-tételt és megfordítását. Ismerje és alkalmazza a körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tételét.</p>
<p><b>4.4 Vektorok síkban és térben</b></p>	<p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- vektor fogalma, abszolútértéke,</li> <li>- nullvektor, ellentett vektor,</li> <li>- vektorok összege, különbsége, vektor skalárszorosa,</li> <li>- vektorműveletekre vonatkozó műveleti azonosságok,</li> <li>- vektor felbontása összetevőkre.</li> </ul> <p>Ismerje a skaláris szorzat definícióját, tulajdonságait. Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- vektor koordinátái,</li> <li>- a vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái,</li> <li>- vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái,</li> <li>- skalárszorzat kiszámítása vektorok koordinátaiból.</li> </ul>	<p>Tudja koordinátaikkal adott vektorok hajlásszögét meghatározni. Ismerje az egyértelmű vektorfelbontás tételét.</p> <p>Bizonyítsa a skalárszorzat koordinátaiból való kiszámítására vonatkozó tételt.</p>
<p><b>4.5 Trigonometria</b></p>	<p>Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalárányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban. Tudja a szögfüggvények általános definícióját. Tudja és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, kiegészítő szögek, negatív szög szögfüggvénye, <math>\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1</math>, <math display="block">\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math></p>	

	<p>Ismerje és alkalmazza a nevezetes szögek (<math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math>) szögfüggvényeit.</p> <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a szinusz- és a koszinusztételt.</p>	<p>Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket (<math>\sin(\alpha \pm \beta)</math>, <math>\cos(\alpha \pm \beta)</math>, <math>\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta)</math>, <math>\sin 2\alpha</math>, <math>\cos 2\alpha</math>, <math>\operatorname{tg} 2\alpha</math>).</p> <p>Bizonyítsa a szinusz- és a koszinusztételt.</p>
<p><b>4.6 Koordinátageometria</b></p> <p>4.6.1 Pontok, vektorok</p> <p>4.6.2 Egyenes</p> <p>4.6.3 Kör</p> <p>4.6.4 Parabola</p>	<p>Tudja kiszámítani <math>\overline{AB}</math> vektor koordinátáit, abszolútértékét.</p> <p>Tudja kiszámítani két pont távolságát.</p> <p>Tudja kiszámítani szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjainak koordinátáit, alkalmazza ezeket feladatokban.</p> <p>Tudja felírni a háromszög súlypontjának koordinátáit, alkalmazza ezt feladatokban.</p> <p>Tudja felírni különböző adatokkal meghatározott egyenesek egyenletét.</p> <p>Tudja kiszámítani egyenesek metszéspontjának koordinátáit.</p> <p>Ismerje az egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit.</p> <p>Tudjon megoldani egyszerű geometriai feladatokat koordinátageometriai eszközökkel.</p> <p>Tudja felírni adott középpontú és sugarú kör egyenletét.</p> <p>Tudja meghatározni kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontját és sugarát.</p> <p>Tudja meghatározni kör és egyenes metszéspontját.</p> <p>Tudja felírni a kör adott pontjában húzott érintő egyenletét.</p>	<p>Igazolja a szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó összefüggéseket.</p> <p>Tudja kiszámítani szakasz <math>n:m</math> arányú osztópontjának koordinátáit.</p> <p>Igazolja a háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggést.</p> <p>Tudja levezetni az egyenes egyenletét a síkban különböző kiindulási adatokból.</p> <p>Tudja síkbeli egyenesek hajlásszögét meghatározni.</p> <p>Tudja levezetni a kör egyenletét.</p> <p>Ismerje a kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolatát.</p> <p>Tudja meghatározni két kör kölcsönös helyzetét, metszéspontjait.</p> <p>Tudja felírni külső pontból húzott érintő egyenletét.</p> <p>Tudja levezetni a parabola <math>x^2 = 2py</math> alakú egyenletét.</p> <p>Tudjon feladatokat megoldani a koordinátengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákkal.</p>
<p><b>4.7 Kerület, terület</b></p>	<p>Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát.</p> <p>Tudja kiszámítani a háromszög területét különböző adatokból:</p> $t = \frac{a \cdot m}{2} = \frac{ab \cdot \sin \gamma}{2}$ <p>Tudja kiszámítani nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, továbbá kör, körcikk, körszelet kerületét és területét.</p>	<p>Bizonyítsa a háromszög területének kiszámítására használt képleteket, továbbá ismerje és alkalmazza az alábbi összefüggéseket:</p> $t = sr \text{ (bizonyítással),}$ $t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$ <p>Bizonyítsa nevezetes négyszögek és szabályos sokszögek területképleteit.</p>
<p><b>4.8 Felszín, térfogat</b></p>	<p>Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát.</p> <p>Tudja kiszámítani hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp felszínét és térfogatát egyszerű esetekben.</p>	<p>Bizonyítsa a csonkagúla és a csonkakúp térfogatképletét.</p>

## 5. Valószínűség-számítás, statisztika

A modern tudományelmélet egyik fontos pillére az a gondolkodásmód, amellyel a sztochasztikus jelenségek leírhatók. A társadalomtudományi, a természettudományi és a közgazdasági törvényeink nagy része csak statisztikusan igaz. A mindennapi élet történéseit sem lehet megérteni statisztikai ismeretek nélkül, mivel ott is egyre gyakrabban olyan tömegjelenségekkel kerülünk szembe, amelyek a statisztika eszközeivel kezelhetők. A sztochasztika gondolkodásmódja a XXI. század elejére az emberi gondolkodásnak, döntéseknek és cselekvéseknek olyannyira alapvető része lesz, hogy elsajátítása semmiképpen sem kerülhető meg. Ebben a témakörben középszinten csak az alapfogalmak megértését és használatát követeljük meg, míg emelt szinten a téma matematikai felépítésének egyes részéről is számot kell adni.

TÉMÁK	VIZSGASZINTEK	
	Középszint	Emelt szint
<p><b>5.1 Leíró statisztika</b></p> <p>5.1.1 Statisztikai adatok gyűjtése, rendszerezése, különböző ábrázolásai</p> <p>5.1.2 Nagy adathalmazok jellemzői, statisztikai mutatók</p>	<p>Tudjon adott adathalmazt szemléltetni.</p> <p>Tudjon adathalmazt táblázatba rendezni és táblázattal megadott adatokat feldolgozni.</p> <p>Értse a véletlenszerű mintavétel fogalmát.</p> <p>Tudjon kördiagramot és oszlopdiagramot készíteni.</p> <p>Tudjon adott diagramról információt kiolvasni.</p> <p>Tudja és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: átlag, súlyozott számtani közép, medián, módusz, terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás.</p> <p>Tudja kiszámítani ismert átlagú adathalmazok egyesítésének átlagát.</p> <p>Tudja a szórást kiszámolni adott adathalmaz esetén a definíció alkalmazásával vagy számológéppel.</p> <p>Tudjon adathalmazokat összehasonlítani a tanult statisztikai mutatók segítségével.</p>	
<p><b>5.2 A valószínűség-számítás elemei</b></p>	<p>Alkalmazza az esemény és az eseménytér fogalmát konkrét példák esetén.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a klasszikus (Laplace)-modellt. Tudja meghatározni esemény komplementerének a valószínűségét.</p> <p>Ismerje a szemléletes kapcsolatot a relatív gyakoriság és a valószínűség között.</p> <p>Tudjon valószínűséget számítani visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a binomiális eloszlás képletét.</p>	<p>Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: események egyesítésének, metszetének és komplementerének valószínűsége, feltételes valószínűség, függetlenség, függőség.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a geometriai valószínűség modelljét.</p> <p>Tudja értelmezni a binomiális eloszlást (visszatevéses modell) és a hipergeometriai eloszlást (visszatevés nélküli modell). Tudjon ezek alkalmazásával konkrét valószínűségeket kiszámítani.</p> <p>Ismerje és tudja kiszámítani a várható értéket a diszkrét egyenletes és a binomiális eloszlás esetén.</p>